

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να αποδείξετε ότι:

i. $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

iii. $\alpha(\alpha - 2) - (\alpha - 1)^2 = -1$

ii. $(\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2$

iv. $(\alpha^2 - 3)^2 - \alpha(\alpha - 1)(\alpha - 5) = (\alpha - 1)(\alpha^3 - 5) + 4$

2. Να αποδείξετε ότι:

i. Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$, να αποδείξετε ότι: $\gamma^2 - \alpha(\alpha + 2\beta) = \beta^2$

ii. Αν $\alpha + \beta + \gamma = 3$, και $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\alpha\beta\gamma}$ αποδείξετε ότι:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 7$$

3. Να αποδείξετε ότι:

i. Αν $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$, να αποδείξετε: $\beta \neq 2$

ii. Αν α ακέραιος αριθμός και α^2 είναι περιττός να αποδείξετε ότι ο α είναι περιττός:

4.

i. Να αποδείξετε ότι η πρόταση « για οποιουδήποτε αριθμούς α, β ισχύει $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2$ » δεν είναι αληθής.

ii. .



5. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $2\alpha x - 4\alpha y$

ii.

iii.

6. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $2\alpha\beta - \beta^2 + 6\alpha - 3\beta$

ii. $2xy - 4y + 5x - 10 + 2xz - 4z$

iii. $15\alpha^3 x^2 - 6\alpha^2 x^2 + 10\alpha xy - 4xy$

iv. $5x^2\alpha + 1 - x^2 - 5a$

v.

7. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $9x^2 - \frac{25}{4}$

ii. $(2x-1)^2 - 4x^2$

iii. $x^3 - 256x$

iv. $(2x-1)(x+3) - x^3 + 9$

8. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $8x^3 - 27y^3$

iii. $x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

ii. $(2x-1)^3 - x^3$

9. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $4x^2 - 4x + 1$

iv. $a^2 - \beta^2 + 6\beta - 9$

ii. $a^4 + 14a^2 + 49$

v. $4x^3 - x^2 - 4x^4$

iii. $16\alpha^2 + 9 + 24\alpha$

vi.

10. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις .

i. $x^2 - 5x + 6$.

iii. $x^2 + 7x + 12$

ii. $x^2 + x - 2$

11. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

i. $x^4 + 4$

iii. $x^4 + 9y^2 - 10x^2y$

ii. $x^4 + 4y^4$

iv.

12. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $(3x-1)^3 + (x-2)^3 + (3-4x)^3$

ii. $27(x-2)^3 + 8x^3 - (5x-6)^3$

iii.



13. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $\frac{x^2 - 2x + 1 - y^2}{x^2 - xy - x}$

ii. $(\alpha - \beta)^2 (\alpha^{-1} - \beta^{-1})^{-2}$

iii.

14. Αν ισχύει: $12x^2y + 18xy^2 = 2x + 3y$, $x, y \neq 0$, Να δείξετε ότι οι αριθμοί $2x, 3y$ είναι αντίθετοι ή αντίστροφοι.
15. Αν $n \in \mathbb{N}$, να δείξετε ότι ο αριθμός $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$ διαιρείται με το 31.